

Elementare Strukturen, Ergänzung Stand 26.04.2009

Die hier angegebenen Messwerte sind bei Codata entnommen.

(s. http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mpsm|search_for=proton+electron+ratio)

1. Massenverhältnis Proton und Elektron

a) **Totale Protonmasse m_p , Protonmagnetfeldmasse m_{pm}**

$$m_p = 1,672621637 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg} \pm 5,0 \cdot 10^{-8} \quad \text{Messwert}$$

$$(1) \dots m_p = m_{ps} + m_{pm} = m_{ps} + m_{ps} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{j a}{4p} = m_{ps} \cdot \left(1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{j a}{4p} \right) \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

$$m_{pm} = 1,4243 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg}$$

b) **Statische Protonmasse m_{ps} (Elementarmasse)**

$$(2) \dots m_{ps} = \frac{m_p}{1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{j a}{4p}} = \frac{1,672621637 \cdot 10^{-27}}{1,000120632} = 1,672419890 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg} \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

$$s. \text{Formel (15a)}$$

c) **Elementarlänge l**

$$(3) \dots l = \frac{h}{c \cdot m_{ps}} = 1,32156925 \cdot 10^{-15} \cdot \text{m} \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

$$h = 6,62606896 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}} \pm 5,0 \cdot 10^{-8} \quad \text{Messwert_Plank'sches Wirkungsquantum}$$

$$c = 299.792.458 \cdot \text{m/s} \dots \text{exakt} \quad \text{Messwert_Lichtgeschwindigkeit im Vakuum}$$

d) **Statische Elektronmasse m_{es}**

$$(4) \dots m_{es} = m_{ps} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{j a}{2} = 9,07863411 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg} \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

e) **Verhältniszahl Statische Masse Proton zu Elektron**

$$(4) \dots \frac{m_{ps}}{m_{es}} = 2p \cdot \frac{2}{j a} = 1.842,14923613 \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

$$(5) \dots j = \frac{1}{2} p^2 - 4 = 0,934802201 \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

$$(6) \dots \frac{1}{a} = \frac{1}{1/2 \cdot e^2} \cdot \frac{h}{m_0 \cdot c} = 137,035999694 \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet, Herleitung Formel s. Kap. 3.}$$

$$e = 1,602176487 \cdot 10^{-19} \cdot \text{As} \pm 2,5 \cdot 10^{-8} \quad \text{Messwert_Elementarladung}$$

$$m_0 = 4p \cdot 10^{-7} \cdot \text{Vs/Am} \dots \text{exakt} \quad \text{Messwert_Magnetische Feldkonstante}$$

$$(7) \dots \frac{1}{e_0} = m_0 c^2 = \frac{h_{es}}{l \cdot t} \cdot \frac{1}{j} \cdot \frac{2pl^2}{(1/2 \cdot e)^2} = \frac{1}{8,854187817 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \dots \text{exakt} \dots \text{berechnet Elektr. Konstante}$$

$$(8) \dots t = \frac{l}{c} = 4,40828051 \cdot 10^{-34} \cdot \text{s} \dots \text{exakt} \quad \text{berechnet}$$

f) Totale Elektronmasse m_e , Elektronmagnetfeldmasse m_{em}

$m_e = 9,10938215 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg} \pm 5,0 \cdot 10^{-8}$ Messwert

$$(9) \dots m_e = m_{es} + m_{em} = m_{es} + m_{es} \cdot \frac{j a}{1 - 0,007017066} \cdot (f) = m_{es} \cdot \left(1 + \frac{0,003410790}{1 - 0,007017066} \right) = 9,10938215 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg} - 3,4 \cdot 10^{-10}$$

mit (10) ... $f = f_3 = 1 - \left(\frac{j}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{j a}{2} \cdot \frac{j}{2} \right) \right)$ Korrekturfaktor f_3 , s. Kapitel 6.

Die Abweichung für m_e beträgt $3,4 \cdot 10^{-10}$ vom $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$ genauen Messwert und liegt damit innerhalb(!) der zulässigen Messtoleranz.

g) Verhältniszahl Totale Masse Proton zu Elektron

$\frac{m_p}{m_e} = 1.836,15267207 \pm 4,3 \cdot 10^{-10}$ berechnet aus Messwerten

$$(11) \dots \frac{m_p}{m_e} = \left(2p \cdot \frac{2}{j a} \right) \cdot \left(1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{j a}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{j a}{2} \cdot f} \right)$$

$\frac{m_p}{m_e} = 1,842,14923613,1000120632 \cdot 0,996600803$ für $f = 1$ berechnet mit Formel (11)
 =1836,10887545

$\frac{m_p}{m_e} = 1,842,14923613,1000120632 \cdot 0,996624575$ für „ $f = 1 - 0,007017066$ “, berechnet mit Formel (11)
 =1836,152672077

Bei Berechnung mit $f = 1$ beträgt die Abweichung $-0,043797$ vom Messwert bzw. $\frac{-0,043797}{1836,15267247} = -2,4 \cdot 10^{-5}$ und liegt damit außerhalb der zulässigen Messtoleranz von $\pm 4,3 \cdot 10^{-10}$. Bei Berechnung mit $f = 1 - 0,007017066$ beträgt die Abweichung vom Messwert nur noch $-2,1 \cdot 10^{-10}$ und liegt damit innerhalb(!) der zulässigen Messtoleranz von $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$

h) Bohr'scher Radius a_0

$a_0 = 0,52917720859 \cdot 10^{-10} \cdot m \pm 6,8 \cdot 10^{-10}$ Messwert

(12) ... $a_0 = l \cdot \frac{2}{j a^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j a}{2} \cdot f} = 5,2917720853 \cdot 10^{-11} \cdot m$ für $1 - 0,007017066$ berechnet

Dieser Ausdruck ergibt sich gemäß der im Kapitel 5. „Substitutionen“ analog zu der für Formel (13) und (14) angegebenen Vorgehensweise. Bei Berechnung mit $f = 1 - 0,007017066$ beträgt die Abweichung $-1,1 \cdot 10^{-10}$ vom Messwert für a_0 und liegt damit innerhalb der zulässigen Messtoleranz von $\pm 6,8 \cdot 10^{-10}$. Für a_0 besteht keine Abhängigkeit von e und h , wie man vielleicht aufgrund des seit Nils Bohr bekannten Ausdrucks $a_0 = \frac{h^2 \cdot e_0}{p \cdot m_e \cdot e^2}$ meinen könnte, es kürzt sich näm-

lich sowohl e als auch h heraus. Die Abhängigkeit von e als auch h besteht also nur über a nach Formel (6).

i) Rydbbergfrequenz R

$$R = 3,289841960361 \cdot 10^{+15} \pm 6,6 \cdot 10^{-12} \cdot \text{Hz}$$

Messwert

$$(13) \dots \boxed{R = \frac{1}{2} a^2 \frac{m_e c^2}{h}} = 3,289841961450 \cdot 10^{+15} \cdot \text{Hz}, +3,3102 \cdot 10^{-10} \text{ berechnet aus Messwerten}$$

Zum Vergleich: Einsetzen von $m_e = \frac{j a}{4p} \cdot \frac{m_p}{1 + 2/9 \cdot (j a / 4p)} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right) = 9,10938215 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg} - 3,4042 \cdot 10^{-10}$ in Formel (13)

führt zu einer Abweichung von $+3,3102 \cdot 10^{-10} - 3,4042 \cdot 10^{-10} = -0,094 \cdot 10^{-10} = -9,4 \cdot 10^{-12}$, was der Berechnung mit ng. Formel (14) entspricht. Dies bedeutet, dass die Abweichung der Formel (13) durch m_e verursacht ist. Offenbar weicht der „wahre“ Wert für m_e vom $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$ genauen Messwert um $-3,4042 \cdot 10^{-10}$ bzw. um $-3,1 \cdot 10^{-40} \cdot \text{kg} = -0,0000000031 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg}$ ab. Diese Abweichung liegt weit innerhalb der zulässigen Toleranz und ist so klein, dass sie die neunte und zehnte Kommastelle betrifft also gerade außerhalb der angezeigten acht Kommastellen des Messwertes liegt. Daher liefert Formel (14) ein genaueres Ergebnis als Formel (13). Es ist zu erwarten, dass die Erhöhung der Messgenauigkeit für m_e um eine Stelle die Richtigkeit von Formel (14) bestätigen wird.

Herleitung Formel (13) und (14) s. Kapitel 5. **[Beachte:** $R_\infty = \frac{1}{c} \cdot R$ ist die Rydberg-Konstante.]

$$(14) \dots \boxed{R = \frac{1}{t} \cdot \frac{j a^3}{8p} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right)} = 3,289841960330 \cdot 10^{+15} \cdot \text{Hz} \text{ mit } \boxed{t = \frac{l}{c} = \frac{h}{m_{ps} \cdot c^2} = \frac{h}{m_p \cdot c^2} \cdot \left(1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{j a}{4p}\right)}$$

und berechnet bei $f = 1 - 0,007017066492942$ (s. Wertetabelle, Seite 14).

Bei Berechnung mit Formel (14) und $f = 1 - 0,007017066492942$ beträgt die Abweichung $-9,4 \cdot 10^{-12}$ vom Messwert und liegt damit in der gleichen Größenordnung der zulässigen Mess-toleranz von $\pm 6,6 \cdot 10^{-12}$. Für R besteht keine Abhängigkeit von e und h , wie man viel-

leicht aufgrund des seit Nils Bohr bekannten Ausdrucks $R = \frac{1}{8} \frac{e^4}{e_0^2} \frac{m_e}{h^3}$ meinen könnte, es kürzt

sich nämlich sowohl e als auch h (letzteres, weil mit Rydbbergfrequenz gerechnet wird) heraus (s. Rechengang in Kapitel 5. Substitutionen). Die Abhängigkeit von e als auch h besteht also nur über a nach Formel (6). Aufgrund der großen Genauigkeit von R mit einer Messtoleranz von nur $\pm 6,6 \cdot 10^{-12}$ ist R jedoch prädestiniert, in Formel (14) den Korrekturfaktor f zu untersuchen. Zudem geht a in der 3. Potenz ein, was bei der Sensitivitätsprüfung von R für a und damit bei e und h zu kleinst möglichen Variationen führt (s. Kapitel 8.).

2. Definition der Feinstrukturkonstanten**Urheberschaft**

Es wird zunächst ausdrücklich auf die im Artikel „Elementare Strukturen“ auf Seite 10 angegebene Literaturquelle [2] „Das All, Physik des Kosmos, ISBN 3 7171 0821 2, Christiana Verlag“ sowie auf „Der Dreieine, ISBN 3 7171 0183 8“ (4. Auflage, 1. Auflage 1970) verwiesen. Aus diesen Quellen stammt die Strukturformel

$$(15) \dots \boxed{e_0 = \frac{e^2}{a 2hc}}$$
, die umgestellt zu $a = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \frac{1}{hc}$ führt bzw. (15a) ... $\frac{2}{9} a = \frac{1}{3} e \cdot \frac{1}{3} e \cdot \frac{1}{e_0} \cdot \frac{1}{1h \cdot 1c}$

Diese Formel ist auch im Internet zu finden unter der Adresse <http://de.wikipedia.org/wiki/Feinstrukturkonstante>. In meiner Website „Was ist Ladung?“, siehe Seite 17, wird eben diesem Grundgedanken gefolgt, der konsequenterweise dann in der Ausarbeitung „Elementare Strukturen“ Anwendung findet.

Definition

Dem entsprechend ist die Feinstrukturkonstante definiert als Verhältniszahl der Wirkungsgröße der Elementarladung des Elektrons zur Größe der Wirkung des Protons. Es ist also:

$$a = \frac{\text{Wirkung Elementarladung}}{\text{Wirkung Proton}} = \frac{E \cdot T}{h}$$

Hierbei ist

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{e_0} \cdot \frac{L}{A} \quad (\text{das ist die Feldenergie eines Plattenkondensators mit } Q = 1e, L = d \text{ und } A = d^2,$$

also eines würfelförmigen Raumelements mit beliebiger Kantenlänge „d“, das mit einer Elementarladung also mit „1e“ geladen ist. Zum Aufbau des elektrischen Feldes innerhalb dieses „Elementarwürfels“ wird die Aufbauzeit „T“ benötigt (Kantenlänge „d“ mit Lichtgeschwindigkeit „c“ durchlaufen):

$$T = \frac{d}{c}$$

Somit ergibt sich die Wirkungsverhältniszahl zu $a = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{e_0} \cdot \frac{L}{A} \cdot T \cdot \frac{1}{h} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \cdot \frac{d}{d^2} \cdot \frac{d}{c} \cdot \frac{1}{h}$ also

$$\boxed{a = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \frac{1}{hc}}$$
, was Formel (15) entspricht. Entsprechend diesem Ansatz ist die Schlussfolgerung

zu ziehen, dass die elektrischen und magnetischen Felder immer mit der hälftigen Erschließungswirkung $\frac{1}{2}h$ beaufschlagt werden (statt $1h$ wie im Schwerefeld), jedoch modifiziert mit

der Feinstrukturkonstanten a (statt 1 wie im Schwerefeld). Daher ist a eine wichtige Umrechnungszahl, um die Größenverhältnisse von Elektron- und Protonwirkung zu bestimmen. Es ergibt sich das Wirkungsverhältnis von Elektron zu Proton gemäß $\frac{h_s}{h} = \frac{j a}{4p} = \frac{1}{1.842,14923613}$. Diese

Bezugnahme von Proton auf Elektron oder umgekehrt ist aber beiden Teilchen nicht wesensgemäß (s. [meine Website](#), „Was ist Ladung?“, Seite 17).

3. Bezugnahme von a auf die Magnetische Feldkonstante m_0

Wiederum bildet $\boxed{a = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \frac{1}{hc}}$ die Grundlage. Es gilt also auch hier die vg. Definition der Fein-

strukturkonstanten. Diese Ausgangsgleichung erweitert mit $\frac{c}{c}$ ergibt $a = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \frac{c}{hc^2}$ und kann

wegen $\frac{1}{e_0 \cdot c^2} = m_0$ geschrieben werden als:

$$(16) \dots \boxed{a = \frac{1}{2} e^2 \cdot m_0 \cdot \frac{c}{h}}$$
, was zu Formel (6) führt.

Dieser Ausdruck enthält mit e und h nur die Messungenauigkeit dieser beiden Fundamentalgrößen, denn für m_0 gilt exakt $4p \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ und c ist ebenfalls exakt

(s. in [Elementare Strukturen Gl.\(12\), Seite 11](#) bzw.

s. http://de.wikipedia.org/wiki/Magnetische_Feldkonstante).

4. Bezugnahme von a auf die Rydbergfrequenz R

Auch hier bildet $a = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \frac{1}{hc}$ die Grundlage. Es gilt also auch hier die vg. Definition der Feinstrukturkonstanten. Es wird nun vg. Formel quadriert, was $a^2 = \frac{1}{4} \frac{e^4}{e_0^2} \frac{1}{h^2 c^2}$ ergibt und dieser

Ausdruck dem seit Nils Bohr bekannten Zusammenhang für die Rydbergfrequenz $R = \frac{1}{8} \frac{e^4}{e_0^2} \frac{m_e}{h^3}$ gegenübergestellt (s. [Elementare Strukturen, Seite 30](#) bzw.

s. <http://de.wikipedia.org/wiki/Rydberg-Konstante>). Erweitern mit $\frac{c^2}{c^2}$ und umstellen ergibt

$$R = \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{e^4}{e_0^2} \frac{1}{h^2 c^2} \frac{m_e c^2}{h} \quad \text{bzw.} \quad R = \frac{1}{2} a^2 \frac{m_e c^2}{h} \quad \text{bzw.}$$

$$(17) \dots a^2 = 2R \cdot \frac{h}{m_e \cdot c^2}$$

Diese letzte Formel ist auch unter der Internetadresse <http://www.pro-physik.de/Phy/leadArticle.do?laid=9365> zu finden. Der Ausdruck ist ebenso hochpräzise, wie die Ausgangsformel und zugleich ebenso einfach aufgebaut. Sie beinhaltet nun zwar die Messgenauigkeit von vier Größen, nämlich zusätzlich zu h, m_e, c auch noch zu R . Es ist aber die wegen Messtoleranz von $\pm 6,6 \cdot 10^{-12}$ für R unterstellte zusätzliche Ergebnis-Unsicherheit der Formel nur eine scheinbare. Im nächsten Kapitel „Substitutionen“ wird nämlich gezeigt, dass sich für R die Messunsicherheit nur über die Abhängigkeit von a ergibt, womit auch R nur die Messgenauigkeit der beiden Fundamentalgrößen e und h enthält. Aus Sicht der Genauigkeit sind daher alle vg. drei Strukturformeln für a prinzipiell gleichwertig. Es ist jedoch Formel (14) vorzuziehen, da a in der 3. Potenz eingeht.

5. Substitutionen

Die folgenden Berechnungen sollen die Bedeutung der ng. Substitutionen unterstreichen. Mit

Formel (3) $h \equiv m_{ps} \cdot c \cdot l$ und Formel (4) $m_e \equiv m_{es} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right)$ ergibt sich aus $R = \frac{1}{2} a^2 \frac{m_e c^2}{h}$

der Ausdruck $R = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{m_{es} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right) \cdot c^2}{m_{ps} \cdot c \cdot l}$ und durch Einsetzen von $\frac{m_{es}}{m_{ps}} \equiv \frac{j a}{4p} \equiv \frac{h_{es}}{h_{ps}} \equiv \frac{h_{es}}{h}$

erhält man $R = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{j a}{4p} \frac{\left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right) \cdot c}{l}$ was mit $c = \frac{l}{t}$ über $R = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{j a}{4p} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right) \cdot \frac{1}{t}$ zu

Formel (14) führt, s. auch die in [Elementare Strukturen, Seite 30](#) aufgeführten Gl.6

$R = \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{2p} \cdot \frac{j a}{2} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right)$, wobei dort näherungsweise $f = 1$ angesetzt ist (Herleitung von

f s. Kapitel 6.). Diesen Formel Ausdruck erhält man auch, wenn in die Formel von Nils Bohr für

$$R = \frac{1}{8} \frac{e^4}{e_0^2} \frac{m_e}{h^3} \quad \text{die Strukturformel (7) entsprechend} \quad \frac{1}{e_0} = \frac{h_{es}}{I t} \cdot \frac{1}{j} \cdot \frac{2pl^2}{(1/2 \cdot e)^2} \quad (\text{s. in Was ist La-}$$

dung?, Seite 16 bzw. siehe in Elementare Strukturen, Gl.10, Seite 10) und die Verhältniszahl aus

Formel (4) gemäß $\frac{h_{es}}{h} \equiv \frac{j a}{4p}$ (s. in Was ist Ladung?, Seite 17) eingesetzt wird (vgl. auch die

Herleitung der gleichen Formel für R in Molekülmodell, Gl.(8), Seite 9). Damit ist dargelegt, wie die Strukturen mit den hochpräzisen elementaren Größen verknüpft sind.

Mit Hilfe des Korrekturfaktors $f = 1 - 0,007017066$ liegt die Abweichung der Formeln für m_p , m_e , a_0 und a innerhalb der Messtoleranzen und die der Formel für R in der gleichen Größenordnung, womit die getroffenen Ansätze sich rechtfertigen.

6. Elektron_Totalmasse m_e , _Statische Masse m_{es} , _Magnetfeldmasse m_{em}

Es wird analog zum Proton mit $m_e = m_{es} + m_{em}$ gerechnet, also $m_e \equiv m_{es} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f\right)$ angesetzt.

Das bedeutet, dass sich auch beim Elektron die Magnetfeldmasse über die statische Masse begründet. Bislang wurde näherungsweise $f = 1$ angenommen, nunmehr wird exakt mit

$f = 1 - 0,007017066$ gerechnet. Die Ausdrücke $\frac{m_{es}}{m_{ps}} \equiv \frac{j a}{4p} \equiv \frac{h_{es}}{h}$ und $m_{ps} \equiv \frac{h}{c \cdot l}$ sind exakt.

Mit diesen Ausdrücken und mit $f = 1$ ergibt sich im Vergleich zum Messwert für die Totalmasse des Elektrons von $m_e = 9,10938215 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg}$ eine Abweichung von $+2,5 \cdot 10^{-5}$ die weit außerhalb der zulässigen Messtoleranz von $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$ liegt.

Da die statische Protonmasse $m_{ps} = \frac{h}{c \cdot l}$ exakt ist, weil sie sich direkt aus Formel (2)

$m_{ps} = \frac{m_p}{1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{j a}{4p}}$ bestimmt, die auch exakt ist und weil auch die Verhältniszahl $\frac{m_{es}}{m_{ps}}$ exakt ist,

gilt ebenfalls exakt $m_{es} \equiv \frac{h}{c \cdot l} \cdot \frac{j a}{4p}$. Für diese Substitutionsformeln ergeben sich keine(!)

Feinstkorrekturen. Dies kann bewiesen werden. Dazu wird der Ausdruck $\frac{h_{es}}{h} \equiv \frac{j a}{4p}$ in

$\frac{1}{e_0} = \frac{h_{es}}{I t} \cdot \frac{1}{j} \cdot \frac{2pl^2}{(1/2 \cdot e)^2}$ eingesetzt, was zu $\frac{1}{e_0} = \frac{h}{I t} \cdot \frac{j a}{4p} \cdot \frac{1}{j} \cdot \frac{2pl^2}{(1/2 \cdot e)^2}$ führt und durch Ausmul-

tiplieren sofort $a = \frac{1}{2} \frac{e^2}{e_0} \frac{1}{hc}$ ergibt, was mit Formel (6) identisch ist

(s. auf meiner Website „Was ist Ladung?“, siehe Seite 17,

s. Internetadresse <http://de.wikipedia.org/wiki/Feinstrukturkonstante>).

1. Abstufung: Magnetfeldmasse m_{em} ist auf die statische Elektronmasse m_{es} bezogen. Daher

ist in Formel (18) m_{em} um den Faktor $\frac{ja}{2}$ gegenüber m_{es} abgestuft, und es erscheint dieser Faktor vor der Klammer. Die Magnetfeldmasse selbst ist die „Verkörperung“ der Magnetfeldenergie infolge des „c-Umlaufs“ der Elementarladung e auf Radius $r_m = l \cdot \frac{2}{ja}$. Wäre nur

dieses Phänomen existent bzw. würden weitere magnetische Effekte nicht existieren, so wäre $f_4 = 0$. Aufgrund der Größe der sich bei Berechnung mit $f_4 = 0$ ergebenden Abweichung von $+2,4 \cdot 10^{-5}$ vom Messwert für m_e , die weit außerhalb der zulässigen Toleranz von $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$ liegt, ist jedoch klar, dass noch weitere magnetische Effekte existieren. Diese werden durch weitere Korrekturfaktoren berücksichtigt. Somit ergibt sich für die Anbindung von f_4 der

Ausdruck: $f_3 = \left(1 + \frac{ja}{2} \cdot f_4\right)$.

Modifikation infolge „c-Umlauf“ der Elementarladung e auf Radius $r_m - l$ anstelle auf r_m . Um mit der Berechnungsformel die Messwerte weiter anzunähern ist es erforderlich zu unterstellen, dass die Elementarladung e auf Radius $r_m - l$ umläuft und nicht auf Radius r_m .

Dadurch wird der erzeugte Magnetfluss um den Faktor $\frac{r_m - l}{r_m} = 1 - \frac{l}{r_m} = 1 - \frac{ja}{2}$ verringert und damit auch der Beitrag zur Magnetfeldmasse. Unabhängig vom Minuszeichen erfolgt die Anbindung von f_4 nach dem Abstufungsprinzip. Es ergibt sich also

(20)... $f_3 = \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot f_4\right)$

Das Minuszeichen in Formel (20) tritt auf wg. Umlauf auf Radius $r_m - l$. Somit ist $f_3 < 0$ und geeignet, die positive Abweichung von $+2,4 \cdot 10^{-5}$ vom Messwert für m_e auszugleichen. Es ist $f_4 > 0$. Allein nur dieser Ansatz mit negativem Vorzeichen führt weiter, mit

(21)... $m_{e_Rechenwert} = \frac{h}{c \cdot l} \cdot \frac{1}{m_{es}} \cdot \frac{ja}{2} \cdot \left(1 + \frac{ja}{2} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot f_4\right)\right)$ bzw.

$m_{e_Rechenwert} = \frac{h}{c \cdot l} \cdot \frac{1}{m_{es}} \cdot \frac{ja}{2} + \frac{h}{c \cdot l} \cdot \frac{1}{m_{em}} \cdot \frac{ja}{2} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot f_4\right)$

Dabei gilt für die gesuchte **Elektron-Magnetfeldmasse m_{em}** der Ausdruck:

(22)... $m_{em} = \frac{h}{c \cdot l} \cdot \frac{1}{m_{es}} \cdot \frac{ja}{2} \cdot \frac{ja}{2} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot f_4\right)$

2. Abstufung: „c – Rotation“ der Elementarladung auf l – Radius um die eigene Achse des Elektrons. Es ist dieses das nächst kleinere Phänomen. Entsprechend dem Verhältnis $\frac{l}{r_m} = \frac{j a}{2}$ ist das Phänomen „Rotation“ hierarchisch gegenüber dem Phänomen „Umlauf“ abgestuft. Es erfolgt die Anbindung von f_4 über den Ausdruck $1 - \frac{j a}{2} \cdot f_4$. Es bezieht sich also f_4 auf den Effekt der Rotation.

Nun könnte man der Meinung sein, dass mit $\frac{l}{r_m - l} = \frac{j a}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{j a}{2}}$ zu rechnen sei also

mit $f_3 = 1 - \left(\frac{j a}{2} \cdot \frac{f_4}{1 - \frac{j a}{2}} \right)$. Dieser Ansatz ist aber unzulässig, weil

- der Effekt des Umlaufs auf $r_m - l$ anstelle auf r_m durch das Minuszeichen bereits berücksichtigt ist. Daher ist eine anderweitige oder zusätzliche Berücksichtigung falsch.
- der Effekt der Rotation, repräsentiert durch Faktor f_4 , unabhängig davon ist, ob die Elementarladung e auf Radius $r_m - l$ umläuft oder auf Radius r_m . Durch Variation des Umlaufradius ändert sich nicht der Beitrag der Rotation sondern der Betrag des Umlaufs. Mit Ansatz von $1/(1 - j a/2)$ würde sich aber der noch zu suchende Korrekturfaktor f_4 entsprechend erhöhen. Daher scheidet dieser Ansatz aus. Es hilft auch nicht weiter, $1/(1 - j a/2)$ vor die runde Klammer zu ziehen. Mit diesem sachlogisch falschen Ansatz ist es nur folgerichtig, dass sich die Messwerte damit nicht annähern lassen.

Insoweit ist die bis hierher erläuterte Struktur durchaus als plausible Ausgangsbasis anzusehen. Es stellt sich nun die Frage nach der Struktur von f_4 . Hierfür kann folgende Beziehung angegeben werden:

$$(23) \dots \boxed{f_4 = + \frac{1}{a} \cdot \frac{j}{2} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5}}$$

Die einzelnen Faktoren wurden in dieser Reihenfolge ermittelt. Dabei wurde folgende Methode angewandt: Der Zahlenwert des Korrekturfaktors wird durch Auswahl geeigneter Faktoren nach und nach ersetzt, so dass der übrig bleibende Zahlenwert sich immer mehr dem Wert „1“ annähert. Sodann wird „1“ gesetzt und die verbliebene Abweichung dem nächst kleineren Phänomen zugeordnet. Die Prozedur ist beendet, wenn im letzten maßgeblichen Phänomen der übrig bleibende Zahlenwert sich zu „ $\cong 1$ “ ergibt.

Zu Formel (23) ist folgendes anzumerken:

1. Es kann f_4 nur positives Vorzeichen annehmen, denn Naturkonstanten haben keinen negativen Zahlenwert.
2. Da f_3 sich bereits auf den magnetischen Teil des Elektrons bezieht, muss im Ausdruck für f_3 die Feinstrukturkonstante a entfallen, was in f_4 zum Ansatz von $\frac{1}{a}$ führt.
3. Der Ausdruck $\frac{j}{2}$ resultiert daher, dass die gesamte Magnetfeldenergie durch häftige Erschließungswirkung verursacht und mit j modifiziert ist, was dann natürlich auch für den magnetischen Effekt der Rotation gilt, denn beide Felder sollen sich ja überlagern.
4. Der Ausdruck $\frac{1}{2p}$ resultiert daher, dass die Elementarladung e statistisch alle Kreisbahnen, deren Radius gemäß der mittleren Pfadbreite $\frac{r_m - 1l}{2p}$ vom Radius $r_m - 1l$ abweichen bzw. $\frac{l}{2p}$ vom Radius l , je mit c umläuft (sonst unendliche Stromdichten).
5. Der Faktor $1/5$ wurde in Hinblick auf das zu erzielende Messergebnis pragmatisch gewählt.

Bis auf den Faktor $1/5$ beinhaltet diese Struktur bekannte Eigenschaften des elementaren Magnetfeldes, [s. hierzu meine Website „Was ist Ladung?“](#).

Wird mit Formel (23) für f_4 gerechnet, so ergibt sich eine Abweichung vom Messwert für m_e von $+2,1 \cdot 10^{-7}$ (mit $f_4 = 0$ ergab sich $+2,4 \cdot 10^{-5}$). Demnach wurde die Genauigkeit zwar erneut beachtlich verbessert, dennoch liegt das Ergebnis immer noch außerhalb der zulässigen Toleranz von $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$.

Berechnet man die Rydbergfrequenz mit der Formel $R = \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{2p} \cdot \frac{j a}{2} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f_3\right)$ (s. Kapitel

5), dann beträgt bei Ansatz der Formel (23) die Abweichung $+2,1 \cdot 10^{-7}$ von dem mit $\pm 6,6 \cdot 10^{-12}$ hochgenauen Wert (mit $f_4 = 0$ ergab sich die Abweichung zu $+2,4 \cdot 10^{-5}$).

Aufgrund dieser bestehenden Abweichungen, die außerhalb der zulässigen Toleranz liegen, ist klar, dass noch ein weiterer Effekt vorhanden sein muss, der wiederum abgestuft, also um $\frac{j a}{2}$

kleiner ist, als der Effekt „Rotation auf l -Radius“. Daher wird angesetzt:

$$(24) \dots \left[f_4 = + \frac{1}{a} \cdot \frac{j}{2} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f_5\right) \right]$$

Das positive Vorzeichen in der runden Klammer bedeutet Rotation auf exakt l -Radius.

Da zum Erzielen der Übereinstimmung des Formelwertes mit dem Messwert eine weitere Abstufung mit f_5 anzusetzen ist, ergibt sich dadurch ein Einblick in das Innere des Elektrons. Damit bewegen wir uns sozusagen am unteren Ende des Universums, am unfassbaren unteren Rande der Existenz, in einer Daseinstiefe bis hinab zur 1.Schale mit Schalendicken von $s = l \cdot \frac{j a}{2} = 4,5076 \cdot 10^{-18} \cdot m$. Dieser Effekt wird über f_5 berücksichtigt.

3. Abstufung: Magnetfluss durch „c-Umlauf“ der Elementarladung innerhalb(!) des Elektrons Das Elektroninnere ist kugelschalenförmig aufgebaut. In jeder Innenschale herrscht gleiche Magnetflussdichte. Es entsteht in jeder Schale „Elementar-Magnetfluss“. Es herrschen Entstehungsbedingungen mit c-Umläufen der Elementarladung e auf gleichzeitig allen Schalen mit sich über alle Schalen aufsummierendem Magnetfluss gemäß $\left(1+2+3+\dots+\frac{2}{j a}-2+\frac{2}{j a}-1+\frac{2}{j a}\right)$. Hier wird das Phänomen „Magnetfluss“ erzeugt (ins Dasein gebracht) und mit Verlassen des Elektroninnenraums beobachtbar (s. hierzu meine Website „Was ist Ladung?“, Abschnitt Konkretisierung, Seite 38).

Die Anbindung von f_5 in der Formel wird entsprechend dem Abstufungsprinzip vorgenommen. Für f_5 kann folgende Beziehung angegeben werden

$$(25) \dots \boxed{f_5 = \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{j a}{2} \cdot f_6\right)}$$

Das Minuszeichen ist aus dem gleichen Grunde angesetzt, wie bei Umlauf auf Radius $r_m - 1l$. Es handelt sich um das gleiche Magnetfeld. Folglich verhält sich die Magnetfeldquelle „Umlauf auf Schalen innerhalb des Elektrons“ genauso wie „Umlauf auf r_m “.

Wird mit $f_6 = 0$ gerechnet, so ergibt sich eine Abweichung vom Messwert für m_e von $-6,8 \cdot 10^{-10}$ (mit $f_5 = 0$ ergab sich $+2,1 \cdot 10^{-7}$, mit $f_4 = 0$ ergab sich $+2,4 \cdot 10^{-5}$). Demnach wurde die Genauigkeit erneut erheblich verbessert. Nunmehr liegt das Ergebnis für m_e innerhalb(!) der zulässigen Toleranz von $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$.

Berechnet man jedoch die Rydbergfrequenz mit der Formel $\boxed{R = \frac{1}{t} \cdot \frac{j a^3}{8p} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f_3\right)}$ (s. Kapitel 5.), dann beträgt die Abweichung noch $-3,5 \cdot 10^{-10}$ von dem $\pm 6,6 \cdot 10^{-12}$ genauen Wert (mit $f_5 = 0$ ergab sich die Abweichung noch zu $+2,1 \cdot 10^{-7}$ und mit $f_4 = 0$ ergab sich die Abweichung zu $+2,4 \cdot 10^{-5}$) und liegt damit immer noch außerhalb der zulässigen Toleranz.

Wird aber mit $f_6 = \frac{j}{2}$ gerechnet, so ergibt sich eine Abweichung von $-3,4 \cdot 10^{-10}$ vom Messwert für m_e (mit $f_6 = 0$ mit ergab sich $-6,8 \cdot 10^{-10}$, $f_5 = 0$ ergab sich $+2,1 \cdot 10^{-7}$, mit $f_4 = 0$ ergab sich $+2,4 \cdot 10^{-5}$). Demnach wurde die Genauigkeit nochmals verbessert. Nunmehr liegt das Ergebnis für m_e noch deutlicher innerhalb(!) der zulässigen Toleranz von $\pm 5,0 \cdot 10^{-8}$.

Der Ansatz von $f_6 = \frac{j}{2}$ ist durch Extrapolation auf den Ursprung zu erklären. Dem entsprechend existiert ein Effekt vor der 1. Innenschale des Elektrons. In dieser 0. Schale findet der Ursprung statt und nimmt damit eine Sonderstellung ein. Da alle Elementarmagnetfelder mit $\frac{j}{2}$ modifiziert sind, gilt dies natürlich auch für die Feldquelle. Daher ist dieser „Anfangsfaktor“ auch als Beleg für die Richtigkeit der Struktur des Korrekturfaktors für die Magnetfeldmasse

des Elektrons anzusehen. Dies bedeutet aber, dass ein Regress in unendliche Tiefen nicht existiert. Der Anfang ist definitiv gegeben.

Berechnet man die Rydbergfrequenz mit der Formel $R = \frac{1}{t} \cdot \frac{j a^3}{8p} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f_3\right)$ (s. Kapitel 5), dann beträgt die Abweichung von dem mit $\pm 6,6 \cdot 10^{-12}$ genauen Wert $-9,4 \cdot 10^{-12}$ (mit $f_6 = 0$ mit ergab sich $-6,8 \cdot 10^{-10}$, $f_5 = 0$ ergab sich die Abweichung zu $+2,1 \cdot 10^{-7}$ (mit $f_4 = 0$ ergab sich die Abweichung noch zu $+2,4 \cdot 10^{-5}$). Die Abweichung liegt damit in der Größenordnung(!) der zulässigen Toleranz.

Sensitivität von R

- Würde entgegen der vg. Aussage bzgl. des definierten Anfangs dennoch eine weitere Abstufung durchgeführt, z. B. mit $f_6 = \frac{j}{2} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot a\right)$, dann führt diese bei $a = 1$ zu einer Abweichung von $-8,4 \cdot 10^{-12}$ bzw. würde R bei $a = 8$ exakt eingestellt. Es scheidet aber dieser Ansatz definitiv aus. Vor dem Ursprung herrscht das „Nichts“ und dieses „Nichts“ kann auch nichts beitragen. Daher kann der noch verbliebene geringe Abstand zur Mess-toleranzgrenze nicht mehr mit Hilfe des Korrekturfaktors eliminiert werden.

Aufgrund der gegebenen Übereinstimmung der Rechenwerte mit den Messwerten (s. o.) sowie der einfachen Struktur der Berechnungsformel für f_3 , ist es nahegelegt, dass diese Übereinstimmung nicht zufällig ist, sondern dass diese Formel die reale Phänomene abbildet.

Einzig die beiden Zahlenwerte, bei f_4 der Wert $1/5$ und bei f_5 der Wert $8/3$ wurden in Hinblick auf Übereinstimmung mit den Messwerten pragmatisch gewählt ohne einen physikalischen Grund zu erkennen. Dies gilt auch für den Zahlenwert $2/9$ der Magnetfeldmasse des Protons. Es ist halt eben so, aus welchen Gründen auch immer.

- Eine weitere Verbesserung der Genauigkeit der Berechnungsformel $R = \frac{1}{t} \cdot \frac{j a^3}{8p} \cdot \left(1 + \frac{j a}{2} \cdot f_3\right)$ über f_3 ist also nicht möglich. Da a in der 3. Potenz eingeht, liegt es nahe, a innerhalb der zulässigen Messtoleranz zu modifizieren um die Berechnungsformel für R exakt einzustellen. Nach Formel (6) ist $a = \frac{1}{2} \cdot e^2 \cdot m_0 \cdot \frac{c}{h}$. In dieser Formel kann h bzw. e im zulässigen Toleranzbereich von $5,0 \cdot 10^{-8}$ bzw. $2,5 \cdot 10^{-8}$ variiert werden, die übrigen Größen sind exakt.
 - Wird für den h -Messwert eine Erhöhung von $6,626.068.960.000.00 \cdot 10^{-34} \cdot \text{kgm}^2 / \text{s}$ auf $6,626.068.959.984.45 \cdot 10^{-34} \cdot \text{kgm}^2 / \text{s}$ zugelassen, das ist eine Abweichung von $-2,3 \cdot 10^{-12}$ (zulässig sind maximal $+5,0 \cdot 10^{-8}$), wird also nur der rd. 10.000endste Teil der zul. Toleranz angesetzt, so wird R mit einer Abweichung von $-3,0 \cdot 10^{-16}$ eingestellt. Damit ist der von der Formel gelieferte Rechenwert für R als exakt anzusehen. Die benötigte Änderung von h ist so klein, dass sie in den anderen Formeler-

gebissen zu vernachlässigbar kleinen Auswirkungen führt. Die Auswirkungen sind so klein, dass sich die hier angegebenen Abweichungen in der ersten Nachkommastelle nicht verändern. Für den Zahlenwert von a ergibt sich eine vernachlässigbare Veränderung von $+2,3 \cdot 10^{-12}$.

- Wird für den e -Messwert eine Erhöhung von $1,602.176.487.000.00 \cdot 10^{-19} \cdot As$ auf $1,602.176.487.002.51 \cdot 10^{-19} \cdot As$ zugelassen, was eine Abweichung von $+1,5 \cdot 10^{-12}$ bedeutet (zulässig sind maximal $+2,5 \cdot 10^{-8}$), wird also ebenfalls nur der rd. 10.000sendste Teil der zul. Toleranz angesetzt, so wird R mit einer Abweichung von $1,5 \cdot 10^{-16}$ eingestellt. Damit ist der von der Formel gelieferte Rechenwert für R als exakt anzusehen. Die benötigte Änderung von e ist so klein, dass sie in den anderen Formelergebnissen zu vernachlässigbar kleinen Auswirkungen führt. Die Auswirkungen sind so klein, dass sich die hier angegebenen Abweichungen in der ersten Nachkommastelle nicht verändern. Für den Zahlenwert von a ergibt sich eine vernachlässigbare Veränderung von $+3,1 \cdot 10^{-12}$.

Entsprechend dieser Sensitivitätsbetrachtung ist anzunehmen, dass eine weitere Verbesserung der Messgenauigkeit von e , h und R die Richtigkeit der mit der Formel für R gelieferten Rechenwerte bestätigen wird. Damit ergibt sich:

$$(26) \dots \boxed{f_6 = \frac{j}{2}}$$

$$(27) \dots \boxed{f_5 = \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot f_6 \right) = \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot \frac{j}{2} \right)}$$

$$(28) \dots \boxed{f_4 = \frac{1}{a} \cdot \frac{j}{2} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{ja}{2} \cdot f_5 \right) = \frac{1}{a} \cdot \frac{j}{2} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{ja}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot \frac{j}{2} \right) \right)}$$

$$f_3 = \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot f_4 \right) = \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{j}{2} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{ja}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot \frac{j}{2} \right) \right) \right)$$

$$(29) \dots \boxed{f_3 = 1 - \left(\frac{j}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2p} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{ja}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{ja}{2} \cdot \frac{j}{2} \right) \right)}$$

= -0,007017066

Wertetabelle zu Ergänzung "Elementar Strukturen", Stand 24.04.09

		137,035999694076	1/alpha berechnet aus CoData_Messwerten
		0,934802201	φ
		3,141592654	Pi
	Differenz	3,289841960361E+15	Rydbergfrequenz_Messwert max. zul. 6,6 x 10-12
		3,31023E-10	Rydbergfrequenz_berechnet mit Literaturformel u Messwerten
		-9,39483E-12	3,289841960330E+15 Rechenwert Rydbergfrequenz_berechnet mit eigener Formel
		1,32156925E-15	lamda in m, s. u.
		4,40828051E-24	Tau in s
	Elementarladung	1,602176487E-19	e in As CoData_Messwert, Messtoleranz: 2,5*10-8
		1,256637061E-06	mü_null in Vs/Am CoData_Messwert
		299792458	c in m/s, s. u.
	Planck_Quantum	6,62606896E-34	h in kgm2/s, s. u.
		7,2973525368E-03	alpha berechnet aus CoData_Messwerten
Faktor f6		137,035999694076	1/alpha berechnet aus CoData_Messwerten
0,4674011		8,85419E-12	epsilon_null
1,0000000000	Faktor f4	9,10938215E-31	me_CoData_Messwert in kg
		2,057284413	9,07863411E-31 mes Rechenwert in kg
	Faktor f5	0,007017066492942	0,992982933507 Faktor f3
		2,662415447	9,10938215E-31 me_Rechenwert in kg
		2,057313774	-3,4042E-10 Differenz me max. zul. 5 x 10-8
		2,9361E-05	1,672621637E-27 mp_CoData_Messwert in kg
137,03599			1,672419890E-27 mps Rechenwert aus mes
vorher			1,672621637E-27 mp_Rechenwert
		1,000120632	Philbert-Formel für Verhältnis mp zu mps
	Kontrolle	1,672419890E-27	mps über Philberth-Formel
	verwendet	1,32156925E-15	lamda in m berechnet aus CoData_Messdaten
	nicht verwendet	1,32157000E-15	lamda in m gem. Philbert
		5,68316174E-07	Differenz lamda
	Bohr'scher Radius	5,2917720859E-11	a_null CoData_Messwert in m
		5,2917720853E-11	a_null berechnet in m
	Kontrolle, ob Faktor f3 passt	-1,0642E-10	Differenz a_null
		6,62606896E-34	h in kgm2/s CoData_Messwert
33		6,62606896E+00	6,62618E-34 h_Philberth
		-2,347E-12	0,00000000E+00 zul. Messtoleranz ist 5 x 10-8
		299792458	c in m/s CoData_Messwert
		299792500	c_Philberth
mps zu mes bei f=1	mp zu me		
1842,149236	5,44617021889E-04	1,836152672077E+03	aus Rechenwert
1,000120632	5,44617022074E-04	1,836152671452E+03	aus Messwert
0,99660080	-1,85397378873E-13	6,250593287405E-07	Differenz
1836,10887545	-3,4042E-10	3,4042E-10	Abweichung, max. zul 4,3 x 10-10
nur umgedreht, passend zu me_Rechenwert			
mps zu mes		1,84214923613E+03	aus Rechenwert bei f<0
		1,602176487E-19	e in As CoData_Messwert, Messtoleranz: 2,5*10-8
benötigt zur Prüfung der Sensitivität		1,602176447E-19	e zul. untere Grenze
		1,602176527E-19	e zul. obere grenze
		1,60217648700251E-19	e Zahlenwert zur Zielwertsuche
		2,506116340E-31	
		1,564194931E-12	
		$f = f_3 = 1 - \left(\frac{\varphi}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(1 + \frac{\varphi\alpha}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot \left(1 - \frac{\varphi\alpha}{2} \cdot \frac{\varphi}{2} \right) \right)$	
		-1 = 0,007017066	
Kontrolle_Faktor f3		0,992982933507	
Abweichung zu oben		0	